

Szögszámolás, Körhatványok

Molnár-Szabó Vilmos szakköre

Feladatok

- F/1.** Legyen AB a Γ kör egy húrja, és ω egy kör, ami érinti AB -t és Γ -t rendre a P és Q pontokban. Bizonyítsd be, hogy PQ felezi az $\angle APB$ -t.
- F/2.** Az ABC háromszögben a B -ből induló magasság P -ben és Q -ban metszi AC Thálesz körét, míg a C -ből induló magasság R -ben és S -ben metszi AB Thálesz körét. Bizonyítsd be, hogy P, Q, R, S egy körön van.
- F/3.** ABC háromszög egy belső pontja P . A PA, PB és PC szakaszokon van rendre D, E és F . A PDE kör és az AB egyenes metszéspontjai G és H . A PEF kör és a BC egyenes metszéspontjai I és J . A PDF kör és a CA egyenes metszéspontjai K és L . Bizonyítsd be, hogy G, H, I, J, K, L egy körön van.
- F/4.** Az ABC háromszög köréért körének középpontja O , valamint P egy tetszőleges pont a síkon. A BCP körhöz P -ben húzott érintő és a BC egyenes metszéspontja A' . Hasonlóan definiáljuk B' -t és C' -t is. Bizonyítsd be, hogy A', B' és C' egy egyenesen vannak, amely merőleges OP -ra.
- F/5.** ω_1 kör és ω_2 kör belülről érintik a Γ kört. ω_1 és ω_2 két metszéspontja A és B , külső hasonlósági (nagyítási) pontjuk H . A H -ből Γ -hoz húzott két érintő érintési pontja X és Y . Bizonyítsd be, hogy A, B, X, Y egy körön van.
- F/6.** *China TST Day2 P1*
Legyenek Γ, Γ_1 és Γ_2 páronként érintő körök, amik mind érintik az l egyenest is. Γ és Γ_1 B_1 -ben érintik egymást, Γ és Γ_2 B_2 -ben érintik egymást, míg Γ_1 és Γ_2 C -ben érintik egymást. Γ, Γ_1 és Γ_2 rendre A -ban, A_1 -ben és A_2 -ben érinti l -t, ahol az A pont A_1 és A_2 között van. Legyen $D_1 = A_1C \cap A_2B_2$ és $D_2 = A_2C \cap A_1B_1$. Bizonyítsd be, hogy D_1D_2 párhuzamos l -l.
- F/7.** Legyen ABC egy háromszög, I, D, E és F pedig rendre a beírt kör középpontja és érintési pontja a BC, AC és AB oldalakon. O a köréért kör középpontját jelöli. A BD és BF szakaszok felezőpontjai G és H , a CD és CE szakaszok felezőpontjai I és J , valamint az AF és AE szakaszok felezőpontjai K és L . KL és HG metszéspontja P , KL és IJ metszéspontja Q . Az I -ből PF -re állított merőleges X -ben metszi az AB oldalt. Az I -ből QE -re állított merőleges Y -ban metszi az AC oldalt. Bizonyítsd be, hogy XY merőleges OI -re.

2023. október 14.

Szakkörvezető: Molnár-Szabó Vilmos (m.sz.vilmos@gmail.com)

Az Olimpiai Iskola email címe: olimpiai.iskola@gmail.com

Szögszámolás, Körhatványok

Molnár-Szabó Vilmos szakköre

Házi feladatok

Beadási határidő: 2023. október 22. (vasárnap)

- HF/1.** Az A, B, C pontok a k körön vannak úgy, hogy $AB = AC$. A B -ben és A -ban k -hoz húzott érintők metszéspontja D . A DC egyenes második metszéspontja k -val E . Bizonyítsd be, hogy BE egyenes felezi az AD szakaszt.
- HF/2.** *USAMO 2023/1*
Az ABC hegyesszögű háromszögben M a BC felezőpontja, C merőleges vetülete AM -re P . Az ABP kör másodikára Q -ban metszi a BC oldalt. Legyen N az AQ szakasz felezőpontja. Bizonyítsd be, hogy $NB = NC$.
- HF/3.** P a sík egy pontja, ω_1 és ω_2 körök. A, B rendre a P -ből húzott érintési pontok ω_1 -hez, míg C, D rendre a P -ből húzott érintési pontok ω_2 -hez. $AB \cap CD = Q$. Bizonyítsd be, hogy PQ felezőpontja rajta van ω_1 és ω_2 hatványvonalán.
- HF/4.** Az ABC háromszög magasságvonalainak talppontjai a BC, AC és AB oldalakon rendre D, E és F . Az AB és DE metszéspontja P , az AC és DF metszéspontja Q . Bizonyítsd be, hogy a PQ egyenese merőleges az ABC háromszög Euler-egyenesére.

2023. október 14.

Szakkörvezető: Molnár-Szabó Vilmos (m.sz.vilmos@gmail.com)

Az Olimpiai Iskola email címe: olimpiai.iskola@gmail.com