

Olimpiai szakkör 2022. december 9..

A mai szakkörön a legutóbbi III. kategóriás OKTV forduló első két példájával ismerkedünk meg és játszunk a továbbgondolásukkal. A harmadik példa korábbi válogatón szerepelt.

1. Melyek azok a pozitív egészek, amelyek pozitív osztói párokba állíthatók úgy, hogy a párokban szereplő két szám relatív prím legyen?
2. Az ABC háromszög beírt köre az oldalakat szimmetrikusan betűzve az A' , B' , C' pontokban metszi. Az e egyenes áthalad az AB' és AC' szakaszok felezőpontján, az f egyenes áthalad a BA' és BC' szakaszok felezőpontján. Legyen e és f metszéspontja T . Igazoljuk, hogy $TA=TB$.
3. Az ABC háromszögben legyen t az A csúccsal szemközti hozzáírt kör. A BC , CA , AB egyeneseknek az t körrel vett érintési pontjai legyenek rendre D , E , F . Messe a BC egyenes az AEF kört a P és Q pontokban. Legyen M az AD szakasz felezőpontja. Bizonyítsuk be, hogy az MPQ kör érinti t -t.