

G1.

Az ABC háromszögben $AB = AC$ és $A\angle = 20^\circ$. A $D \in AB$, $E \in AC$ pontokra teljesül, hogy $ACD\angle = 2ABE\angle = 60^\circ$. Mekkora a $DEB\angle$ nagysága?

G2.

Az ABC háromszög belsejében lévő P pontra teljesül, hogy $ABP\angle = ACP\angle$. A Q pontot úgy vettük fel, hogy a $BPCQ$ egy paralelogramma. Igazoljuk, hogy $BAP\angle = QAC\angle$.

G3.

(Irán lemma) Az ABC háromszög beírt köre az AB, AC oldalakat rendre az F, E pontokban érinti. Legyen V a B csúcs vetülete a C -hez tartozó belső szögfelezőre. Igazoljuk, hogy V rajta van az EF egyenesen, illetve az B csúcshoz tartozó középvonalon.

G4.

(Quantum) Az $ABCD$ húrnégyszögre teljesül, hogy $AD = AB + CD$. Mutassuk meg, hogy a B, C csúcsonál lévő belső szögfelezők az AD oldalon metszik egymást!

G5.

(IGO) A hegyesszögű ABC háromszög A csúcsánál 45 fokos szög van. Jelölje H és O rendre a magasságpontot és a körülírt kör középpontját. A BH, AC egyenesek messék egymást D -ben. Legyen X az (ADH) kör D -t tartalmazó AH ívének a felezőpontja. Igazold, hogy $XD = OD$.

G6.

(USAMO 2010) Az $AXYZB$ konvex ötszög csúcsai az AB átmérőjű körön helyezkednek el. Jelölje P, Q, R, S az Y pont vetületeit rendre az AX, BX, AZ, BZ egyenesekre. Igazoljuk, hogy a PQ, RS egyenesek által bezárt szög fele akkora, mint az $XOZ\angle$, ahol O az AB szakasz felezőpontja.

G7.

Az ABC háromszög B -hez tartozó belső szögfelezője az AC oldalt P -ben metszi el. Jelölje I a beírt kör középpontját. Igazoljuk, hogy ha $AP + AB = BC$, akkor API egyenlőszárú háromszög.

G8.

Az $ABCD$ konvex négyszög minden oldalára kifelé felvesszük azt a kört, ami érinti (kívülről) az adott oldalt, illetve érinti a szomszédos oldalegyeneseket.

- Bizonyítsuk be, hogy ezen körök középpontjai egy ω körön vannak.
- Állítsunk merőlegest a négy érintő kör középpontjaiból a megfelelő oldalakra. Ez a négy merőleges meghatároz egy négyszöget. Igazoljuk, hogy ennek a négyszögnek van beírható köre, melynek a középpontja egybeesik ω középpontjával.!

G9.

(Anti-Steiner pont) Egy egyenest tükrözzünk egy háromszög oldalegyenesesire. Mutassuk meg, hogy a kapott három egyenes akkor és csak akkor konkurrens a háromszög körülírt körén, ha az eredeti egyenes átmegy a háromszög magasságpontján!

G10.

Az ABC háromszögre teljesül, hogy $AB = AC$ és $BC = 1$. A P pont az AC oldalnak egy olyan belső pontja, melyre $AP = 1$. Igazoljuk, hogy $CP = \sqrt{2}$ akkor és csak akkor, ha az A -nál lévő szög $\frac{180^\circ}{7}$.