

A legutóbbi szakköről maradt három feladat:

5. 10 ember találkozott, bármely 3 közt volt 2, akik nem fogtak kezét. Bizonyítsuk be, hogy van köztük 4 ember, akik közt nem volt kézfogás.
6. Egy n tagú társaság tagjai páronként ismerik, vagy nem ismerik egymást. Mindkét esetben ez legyen kölcsönös. Szeretnénk közülük négy embert leültetni egy kerek asztal köré úgy, hogy a szomszédok vagy mind ismerősök legyenek, vagy egyik szomszédpár se ismerje egymást. Mely n értékre vállalhatjuk, hogy biztosan létre tudunk hozni ilyen asztaltársaságot akkor, ha nem is ismerjük előre a társaságban levő ismeretségi viszonyokat?
7. Van két egybevágó fából készült kockánk. Lehet-e az egyikén olyan lyukat fúrni, amin a másik átfér?

1. Melyik az a maximális sugarú kör a sakktáblán, amely egyetlen fehér mezőbe sem metsz bele?
2. Egy 5×7 -es tábla fedhető-e **L** alakokkal úgy, hogy minden mezőt ugyanannyi **L** fedjen? Az **L** -ek nem lóghatnak le a tábláról, de több rétegben lehetnek egymás felett. (**L** alakzat: egy 2×2 -es, egyik mezőjének elhagyásával)
3. Rajzoljuk meg egy háromszög beírt körét és szerkesszünk köré négyzetet. Bizonyítsuk be, hogy a négyzet területének több, mint fele a háromszög belsejébe esik.
4. Hány pozitív egész van a $[400 ; 600]$ intervallumban, amelynek osztóinak összege páratlan?
5. Egy sokszöget kivágunk papírból, területének két pontját kiválasztva az őket összekötő egyenes mentén összehajtjuk, így egy újabb sokszöget kapunk. Igazoljuk, hogy az új sokszög területe kisebb az eredetinel.
6. (a) Színezzük meg a koordináta-rendszer rácspontjait két színnel, kézzel és pirossal úgy, hogy minden vízszintes egyenesen csak véges sok kék rácspont legyen és minden függőleges egyenesen csak véges sok piros rácspont legyen. Rácspontnak a sík olyan pontjait nevezzük, amelyeknek mindkét koordinátája egész szám. (b) Nevezzünk egy pontot racionálisnak, ha mindkét koordinátája racionális. Van-e (a) szerinti színezése a racionális pontoknak?
7. Egy kocka felszínén behúztunk három lapátlót, melyek páronként kitérőek. Egy egyenes mindhárommal ugyanakkora szögbe zár be. Mekkora lehet ez a szög?