

Olimpiai szakkör 2025. október 3.

A legutóbbi szakköről maradt három feladat:

6. Igaz-e, hogy minden pozitív egész n számnak van olyan többszöröse, amelyben a jegyek összege n ?
 7. Mely n természetes számokra érvényes a következő állítás: a körbe írható $A_1A_2 \dots A_{2n-1}A_{2n}$ konvex sokszögnél az $(A_1A_2; A_{n+1}A_{n+2})$, $(A_2A_3; A_{n+2}A_{n+3})$, $\dots$, $(A_{n-1}A_n; A_{2n-1}A_{2n})$ szemközi oldalpárok párhuzamosságából következik az $(A_nA_{n+1}; A_{2n}A_1)$ oldalpár párhuzamossága?
 8. Adjuk meg pozitív egészek olyan hét elemű sorozatát, amelyben akkor lesz két szám relatív prím, ha a sorozat szomszédos elemei! Megadható-e végtelen hosszú sorozat ugyanezzel a tulajdonsággal?
1. 6 irracionális szám között mindig található-e három olyan, amelyek közül bármely kettő összege irracionális?
 2. Az ABC háromszög oldalaira kívülre rajzolt négyzetek legyenek ABB_1A' , ACC_1A'' , és $BCDE$, a $BCDE$ négyzet középpontja legyen P . Bizonyítsuk be, hogy az $A'C$, $A''B$ és PA egyenesek egy ponton mennek át.
 3. 3 fiú és 7 lány táncol. Bizonyítsuk be, hogy lesz 2 fiú és 2 lány akik vagy egyáltalán nem táncoltak egymás közt, vagy minden párosításban táncoltak.
 4. Van-e olyan pozitív egész, ami egyenlő a négy legkisebb pozitív osztójának négyzetének összegével?
 5. 10 ember találkozott, bármely 3 közt volt 2, akik nem fogtak kezét. Biz van 4, akik közt nem volt kézfogás.
 6. Egy n tagú társaság tagjai páronként ismerik, vagy nem ismerik egymást. Mindkét esetben ez legyen kölcsönös. Szeretnénk közülük négy embert leültetni egy kerek asztal köré úgy, hogy a szomszédok vagy mind ismerősök legyenek, vagy egyik szomszédpár se ismerje egymást. Mely n értékre vállalhatjuk, hogy biztosan létre tudunk hozni ilyen asztaltársaságot akkor, ha nem is ismerjük előre a társaságban levő ismeretségi viszonyokat?
 7. Van két egybevágó fából készült kockánk. Lehet-e az egyikben olyan lyukat fúrni, amin a másik átfér?